

Wyniki badań wytrzymałościowych trójkątów hamulcowych w aspekcie statystycznym

W artykule przedstawiono stanowiskowe badania wytrzymałościowe trójkąta hamulcowego wózków wagonów towarowych. Przedstawiono aktualnie obowiązujące kryteria. Zaprezentowano przebieg badań, wyniki badań stanowiskowych oraz obróbkę statystyczną wyników przeprowadzonych pomiarów.

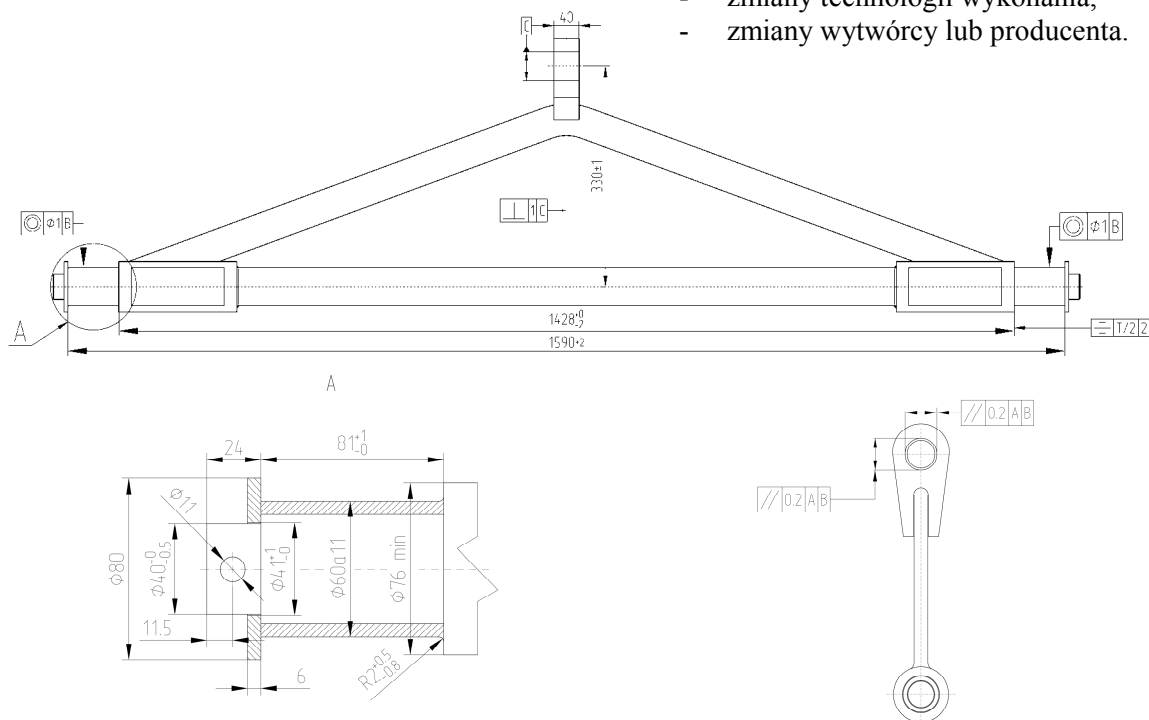
1. WSTĘP

Trójkąty hamulcowe są podzespołami hamulcowych przekładni mechanicznych wózków wagonów towarowych, wyposażonych w klocki cierne. W skład klocków wchodzi obsada klocków hamulcowych oraz wstawki. Wstawki klocków hamulcowych jako element cierny były wykonywane tradycyjnie z żeliwa P10 wg karty UIC 832 [4], a obecnie wytwarza się wstawki kompozytowe [7,8]. Obciążenie trójkątów hamulcowych wynika z parametrów pojazdu i wózka, do których można zaliczyć:

- maksymalny nacisk zestawu kołowego na tor,
- maksymalną prędkość pojazdu,
- geometrię przekładni hamulcowej,
- przełożenie przekładni hamulcowej,
- rodzaj użytych wstawek hamulcowych.

W przypadku standardowych wózków wagonów towarowych rozróżnia się trzy rodzaje trójkątów hamulcowych: o umownej nośności 45 kN, do ruchu „S” o umownej nośności 60 kN oraz do ruchu „SS” o umownej nośności 120 kN. Trójkąty dla wózków standardowych mogą posiadać odmienne konstrukcje, jednak pod warunkiem zamienności, czyli spełniania wymagań wymiarowych wg karty UIC 543 [3]. Trójkąty hamulcowe muszą również spełniać wymagania wytrzymałościowe, które są sprawdzane na stanowisku do badań wytrzymałościowych. Zgodnie z kartą UIC 833 [5] stanowiskowe badania wytrzymałości trójkątów hamulcowych należy wykonać w następujących przypadkach:

- nowej konstrukcji trójkąta hamulcowego,
- wprowadzenia zmian konstrukcyjnych do już eksploatowanej konstrukcji,
- zmiany technologii wykonania,
- zmiany wytwórcy lub producenta.



Rys. 1. Wymiary wraz z przynależnymi odchyłkami kształtu i położenia, które muszą spełniać trójkąty hamulcowe do wagonów towarowych

2. KRYTERIA WYTRZYMAŁOŚCI TRÓJKĄTA HAMULCOWEGO

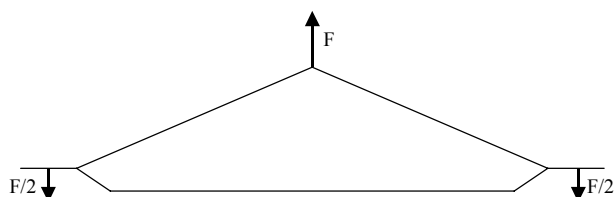
Kryteria wytrzymałości statycznej i zmęczeniowej dla trójkątów hamulcowych są przedstawione w karcie UIC 833 [5].

Trójkąty hamulcowe niezależnie od rodzaju ruchu („S” lub „SS”) muszą być przystosowane do przeniesienia obciążeń wynikających z procesu hamowania nagłego, które jest realizowane podczas eksploatacji wagonów towarowych.

Konstrukcja trójkąta musi przenieść następujące obciążenia:

- statyczne: nominalne oraz nadzwyczajne,
- zmęczeniowe.

W ramach reżimów hamulcowych „S” oraz „SS” powstały dwie odmiany trójkątów hamulcowych. Zasadnicza różnica pomiędzy dwoma odmianami trójkątów hamulcowych wynika z konieczności przeniesienia dwukrotnie większych sił przez trójkąty, które są przystosowane do ruchu „SS”. Obydwa trójkąty hamulcowe muszą jednak spełniać wymagania zamienności zgodnie z kartą UIC 543 [3] oraz tablicą 12. przepisów TSI [9]. Wymiary wraz z tolerancjami oraz odchyłkami kształtu i położenia, które muszą być zachowane aby zapewnić wymiennność części są przedstawione na rys.1.



Legenda:

F - obciążenie przykładane w uchu trójkąta hamulcowego
F/2 - reakcja przyłożona na podporze trójkąta hamulcowego

Rys. 2. Schemat obciążeń trójkąta hamulcowego siłami poziomymi

Wartości obciążeń statycznych i zmęczeniowych są zestawione w tabeli 1.

Zestawienie obciążeń, działających na trójkąt hamulcowy, przystosowany do ruchu „S” zgodnie z kartą UIC 833 [5] oraz PN-91/K-88176 [6]

Tabela 1

L.p.	Obciążenie wyjściowe [kN]	Obciążenie nominalne F_n [kN]	Obciążenie próbne F_{ep} [kN]	Obciążenie przy próbie wytrzymałości na zmęczenie [kN]
1.	5	60	90	10÷60

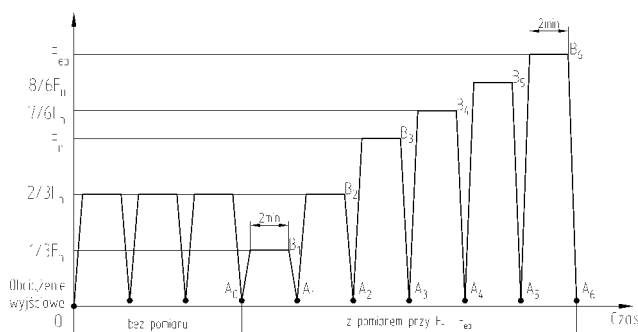
Zestawienie dopuszczalnych odkształceń dla sił nominalnych i próbnych, działających na trójkąt hamulcowy do ruchu „S” zgodnie z karta UIC 833 [5] oraz PN-91/K-88176 [6]

Tabela2

Rodzaj odkształcenia	Odkształcenie [mm]	Obciążenie nominalne F_n [kN]	Obciążenie próbne F_{ep} [kN]
sprężyste	2	60	0
trwałe	0,1	60	0
sprężyste	3	0	90
trwałe	0,5	0	90

Dla zadanych obciążeń statycznych obowiązują dopuszczalne strzałki ugięcia, które są przedstawione w tabeli 2.

Statyczne badania wytrzymałościowe trójkątów hamulcowych należy przeprowadzić zgodnie z PN-91/K-88176 [6] oraz kartą UIC 833 [5]. Przebieg statycznych badań wytrzymałościowych jest przedstawiony na rys. 3.



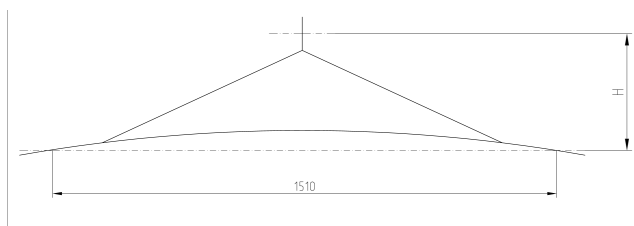
Rys. 3. Przebieg statycznych badań wytrzymałościowych wg PN-91/K-88176 [6] oraz karty UIC 833 [5]

Badany trójkąt hamulcowy należy umieścić w urządzeniu pomiarowym i poddać przez 2 minuty trzykrotnie obciążeniu wstępnemu równemu $2/3$ obciążenia nominalnego F_n wg tabeli 1. Każdorazowo po 2 minutach obciążenia wstępnego jego wartość powinna być obniżona do wartości obciążenia wyjściowego wg tabeli 1. Po trzykrotnym obciążeniu trójkąta hamulcowego obciążeniem wstępnym należy zmierzyć odległość H, a następnie poddać trójkąt obciążeniom: $1/3 F_n$, $2/3 F_n$, F_n , $7/6 F_n$, $8/6 F_n$ oraz F_{ep} . Czas działania każdego obciążenia wynosi 2 minuty, przy czym przyłożenie poszczególnych obciążeń powinno być poprzedzone powrotem do obciążenia wyjściowego wg rys. 4.

W czasie badania należy wykonać pomiary H dla każdej wartości obciążenia wstępnego i wyjściowego, a następnie określić:

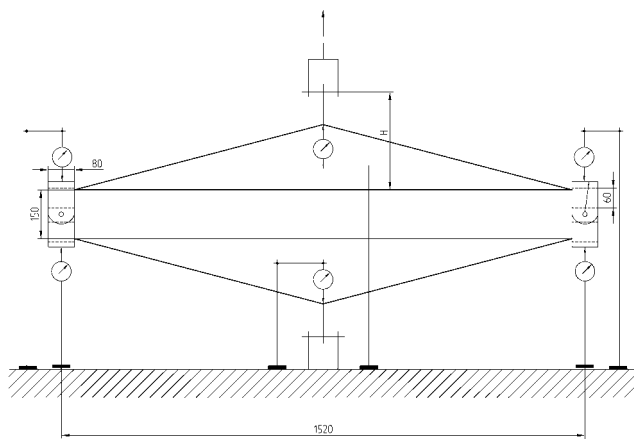
- odkształcenie sprężyste wywołane obciążeniem nominalnym F_n , równe różnicy wymiarów H w punkcie B_3 i A_3 ,
- odkształcenie trwałe wywołane obciążeniem nominalnym F_n , równe różnicy wymiarów H w punkcie A_3 i A_0 ,
- odkształcenie sprężyste wywołane obciążeniem próbnym F_p , równe różnicy wymiarów H w punkcie B_6 i A_6 ,
- odkształcenie trwałe, wywołane obciążeniem próbnym F_p równe różnicy wymiarów H w punkcie A_6 i A_0 .

Wymiar H jest przedstawiony na rys.4.

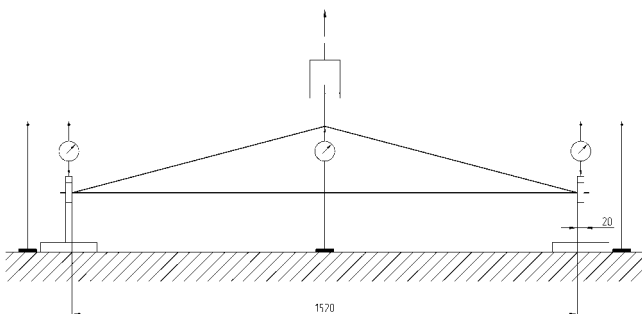


Rys.4. Wymiar H między osią ucha i wspólną osią czopów trójkąta hamulcowego przechodzącą przez ich środki

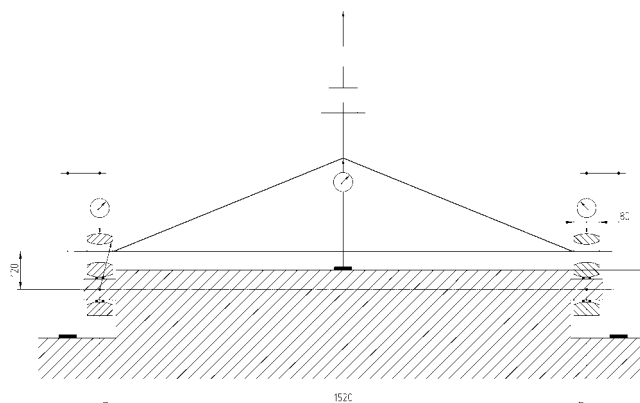
W celu dopuszczenia konstrukcji trójkąta hamulcowego do eksploatacji przeprowadza się badania statyczne i zmęczeniowe na stanowisku badawczym. Trójkąty hamulcowe poddaje się badaniom statycznym, przy czym bada się odkształcenia sprężyste i trwałe na 8 sztukach prototypowych trójkątów hamulcowych. Przykłady stanowisk badawczych do badań statycznych są przedstawione na rys. 5÷8 (warianty I ÷ IV).



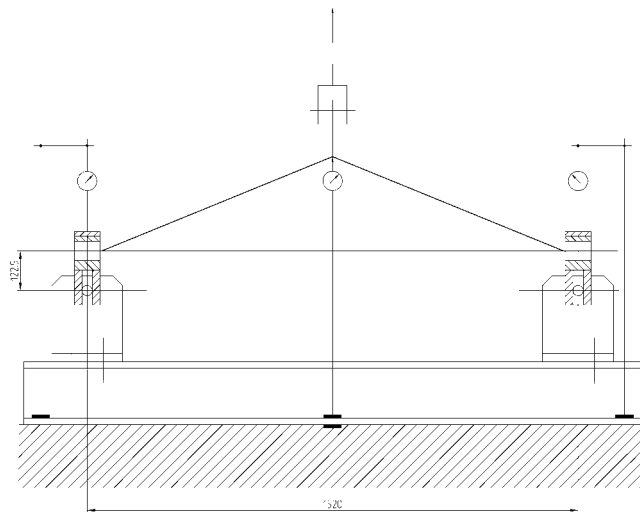
Rys.5. Przykład stanowiska do badań statycznych trójkąta hamulcowego. Wariant I wg karty UIC 833 [5]



Rys.6. Przykład stanowiska do badań statycznych trójkąta hamulcowego. Wariant II wg karty UIC 833 [5]



Rys.7. Przykład stanowiska do badań statycznych trójkąta hamulcowego. Wariant III wg karty UIC 833 [5]



Rys.8. Przykład stanowiska do badań statycznych trójkąta hamulcowego. Wariant IV wg karty UIC 833 [5]

Na dwóch dodatkowych trójkątach przeprowadza się stanowiskowe badania zmęczeniowe z częstotliwością przykładania obciążeń tętniących w zakresie 10÷60 kN, wynoszącą 2÷16 Hz. Próby zmęczeniowe uznaje się za pozytywne, jeśli nie wystąpi żadne widoczne uszkodzenie trwałe ani też pęknięcie, powodujące utratę nośności konstrukcji. Badania zmęczeniowe przeprowadza się na stanowisku stacjonarnym, które jest wyposażone w urządzenia do rejestracji częstotliwości oraz mogących mierzyć wartość chwilową przyłożonych obciążeń.

Podsumowując, kryteria wytrzymałościowe konstrukcji trójkąta hamulcowego sprowadzają się do:

- zachowania dopuszczalnych strzałek ugięcia pod zadanymi obciążeniami F_n i F_p ,
- zachowania dopuszczalnych odkształceń trwałych pod obciążeniami F_n i F_p ,
- zachowania takiego poziomu naprężeń w konstrukcji (wyężenia materiału), które pozwala na przejście cyklu zmęczeniowego.

Ograniczenie dopuszczalnych strzałek ugięcia dla trójkątów hamulcowych wynika ze zdolności regulacyjnej nastawiacza klocków hamulcowych, który jest zainstalowany w układzie hamulcowym wagonu towarowego i który jest odpowiedzialny za utrzymanie odpowiedniego skoku tłoka cylindra hamulcowego w trakcie eksploatacji.

Zdolność regulacyjna nastawiacza sprowadza się do kompensacji:

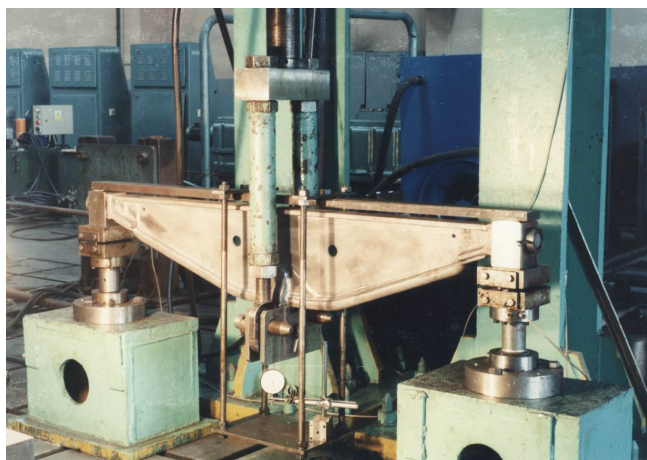
- zużycia powierzchni tocznej koła,
- zużycia wstawek klocków hamulcowych,
- ugięć poszczególnych elementów (dźwigni, cięglin i trójkątów hamulcowych) przekładni hamulcowej.

W przypadku zakwalifikowania danej konstrukcji trójkąta hamulcowego do eksploatacji komercyjnej po zakończeniu badań ww. serii próbnej trójkąty hamulcowe po przeprowadzeniu prób statycznych można zabudować na wózkach wagonów towarowych, przeznaczonych do eksploatacji.

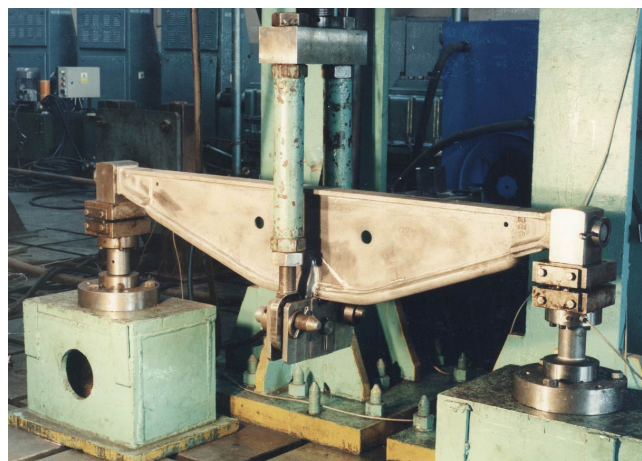
W przypadku trójkątów hamulcowych poddanych badaniom zmęczeniowym i zakończonych wynikiem pozytywnym obydwa egzemplarze należy złomować.

3. ANALIZA STATYSTYCZNA WYNIKÓW POMIARÓW STATYCZNYCH STRZAŁEK UGIĘCIA I ODKSZTAŁCEŃ TRWAŁYCH

Analizę statystyczną trójkątów hamulcowych przedstawiono na podstawie badań standardowych trójkątów hamulcowych UIC/ERRI wg rys. 25TNb 081111-3-00 (opracowanym przez IPS „Tabor”), które zostały przeprowadzone w IPS „Tabor”. Trójkąt hamulcowy na stanowisku do badań statycznych jest przedstawiony na rys. 9, a na stanowisku do badań zmęczeniowych na rys. 10.



Rys. 9. Trójkąt hamulcowy do ruchu „SS” na stanowisku do badań statycznych



Rys. 10. Trójkąt hamulcowy do ruchu „SS” na stanowisku do badań zmęczeniowych

Wyniki pomiarów strzałek ugięcia i odkształceń trwałych przedstawiono w tabeli nr 1.

W tabeli nr 2 przedstawiono parametry statystyczne dające pełniejszą charakterystykę otrzymanych wyników.

Odchylenie standardowe i wariancja pomierzonych strzałek ugięcia wyraża się następującymi wzorami:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_x^2 - f_{xSR} \cdot \sum f_x}{n-1}} \quad (1)$$

$$v = \frac{1}{n-1} \left[\sum f_x^2 - f_{xSR} \cdot \sum f_x \right] = \sigma^2 \quad (2)$$

We wzorach (1) i (2) n oznacza ilość badanych próbek trójkątów hamulcowych ($n=8$).

Analizując wyniki przedstawione w tabeli nr 2, odchylenie standardowe będące miarą rozproszenia pomiarowych strzałek ugięcia rośnie zasadniczo wraz ze wzrostem obciążenia trójkąta.

Ponieważ badania strzałek ugięcia dostarczyły dosyć dużą ilość wyników, analizę statystyczną można rozszerzyć, zajmując się ustaleniem stopnia powiązania pomiędzy zmiennymi otrzymanymi z doświadczenia (korelacja) oraz wyjaśnieniem istoty stosunku powiązania między zmiennymi (regresja).

Zbiór danych do ustalenia korelacji i regresji (strzałki ugięcia) jest przedstawiony w tabeli nr 3. Niniejsze zagadnienie zostało rozwiązane dla „ x ” oraz „ lgx ” (gdzie x -obciążenie trójkątów), natomiast pierwotne wartości „ x ” zostaną zakodowane przez podzielenie przez 10, aby uprościć działania.

$$\sum x^2 = \sum k_i \cdot x_i^2 - \frac{(\sum k_i \cdot x_i)^2}{N} \quad (3)$$

gdzie:

$N = \sum k_i$ - ilość danych

Zestawienie ugięć i odkształceń trwałych dla wszystkich trójkątów hamulcowych przebadanych statycznie
Tabela nr 1

Obciążenie [kN]	Trójkąt nr A1	Trójkąt nr A2	Trójkąt nr A3	Trójkąt nr A4	Trójkąt nr A5	Trójkąt nr A6	Trójkąt nr A7	Trójkąt nr A8
Ugięcia [mm]								
A ₀ =10 kN	0	0	0	0	0	0	0	0
B ₁ =40 kN	0,45	0,47	0,43	0,44	0,44	0,47	0,49	0,5
A ₁ =10 kN	0	0	0	0	0	0	0	0
B ₂ =80 kN	1,06	1,1	0,99	1,04	1,05	1,08	1,11	1,11
A ₂ =10 kN	0	0	0	0	0	0	0	0
B ₃ =120 kN	1,68	1,73	1,54	1,67	1,65	1,71	1,73	1,71
A ₃ =10 kN	0,02	0,05	0,04	0,04	0,06	0,05	0,06	0,05
B ₄ =140 kN	1,99	2,04	1,83	1,98	1,95	2,01	2,05	2,0
A ₄ =10 kN	0,04	0,09	0,08	0,07	0,11	0,09	0,1	0,08
B ₅ =160 kN	2,28	2,36	2,16	2,3	2,26	2,31	2,36	2,3
A ₅ =10 kN	0,09	0,14	0,09	0,10	0,14	0,15	0,16	0,13
B ₆ =180 kN	2,55	2,66	2,45	2,6	2,57	2,63	2,65	2,61
A ₆ =10 kN	0,15	0,23	0,10	0,15	0,21	0,21	0,23	0,2

Parametry statystyczne dające pełniejszą charakterystykę otrzymanych wyników z pomiarów ugięć i odkształceń trwałych
Tabela nr 2

Obciążenie [kN]	Σf_x	f_{XSR}	Σf_x^2	σ	v
A ₀ =10 kN	0	0	0	0	0
B ₁ =40 kN	3,69	0,46125	1,7065	0,025319	0,000641
A ₁ =10 kN	0	0	0	0	0
B ₂ =80 kN	8,54	1,0675	9,1284	0,04131759	0,001707
A ₂ =10 kN	0	0	0	0	0
B ₃ =120 kN	13,42	1,6775	22,5394	0,06250714	0,00390714
A ₃ =10 kN	0,37	0,04625	0,183	0,0130247	0,00016964
B ₄ =140 kN	15,85	1,98125	31,436	0,06250714	0,00475536
A ₄ =10 kN	0,66	0,0825	0,0576	0,0212132	0,00045
B ₅ =160 kN	18,33	2,29125	42,0269	0,06356942	0,00404107
A ₅ =10 kN	1,10	0,125	0,1304	0,0277746	0,00077143
B ₆ =180 kN	20,72	2,59	53,697	0,067823	0,0046
A ₆ =10 kN	1,48	0,185	0,289	0,04659859	0,00217143

gdzie:

σ – odchylenie standardowe,
 v – wariancja.

Po wstawieniu wartości liczbowych do wzoru (3) otrzymuje się:

$$\sum' x^2 = 8(1^2 + 4^2 + 8^2 + 12^2 + 14^2 + 16^2 + 18^2) - \frac{8^2(1 + 4 + 8 + 12 + 16 + 18)}{56} = 1917,714 \quad (4)$$

$$\sum' (\lg x)^2 = \sum k_i (\lg x)^2 - \frac{(\sum k_i \cdot x_i)^2}{N} \quad (5)$$

Po wstawieniu wartości liczbowych do wzoru (5) otrzymuje się:

$$\begin{aligned} \sum' (\lg x)^2 &= 8 \cdot (0,60205^2 + 0,90308^2 + 1,07918^2 + 1,14612^2 + 1,20411^2 + 1,25527^2) \\ &- 8^2 \frac{(0,60205 + 0,90308 + 1,07918 + 1,14612 + 1,20411 + 1,25527)^2}{56} = 9,66743 \end{aligned} \quad (6)$$

X [kN]	1	4	8	12	14	16	18
lgx	0	0,060205	0,90308	1,07918	1,4612	1,20411	1,25527
1	0	0,45	1,06	1,68	1,99	2,28	2,55
2	0	0,47	1,1	1,73	2,04	2,36	2,66
3	0	0,43	0,99	1,54	1,83	2,16	2,45
4	0	0,44	1,04	1,67	1,98	2,3	2,6
5	0	0,44	1,05	1,65	1,95	2,26	2,57
6	0	0,47	1,08	1,71	2,01	2,31	2,63
7	0	0,49	1,11	1,73	2,05	2,36	2,65
8	0	0,5	1,11	1,71	2,0	2,3	2,61
Σy_i	0	3,69	8,54	13,42	15,85	18,33	20,72
k_i	8	8	8	8	8	8	8
\bar{y}_i	0	0,46125	1,0675	1,6775	1,98125	2,29125	2,59

$$\sum y^2 = (\sum y_i)^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{N} \quad (7)$$

Po wstawieniu wartości liczbowych do wzoru (7) otrzymuje się:

$$\sum y^2 = (0,45^2 + 0,47^2 + 0,43^2 + 0,44^2 + \dots + 2,61^2) - \frac{(80,55)^2}{56} = 44,6717 \quad (8)$$

$$\sum \sum y^2 = \sum (\sum y_i^2 - \bar{y}_i \sum y_i) = \sum y_i^2 - \sum (\bar{y}_i \sum y_i) \quad (9)$$

Po wstawieniu wartości liczbowych do wzoru (9) otrzymuje się:

$$\sum \sum y^2 = 160,5343 - 0,46125 \cdot 3,69 + 1,6775 \cdot 13,42 + 1,0675 \cdot 8,54 + 1,98125 \cdot 15,85 + 2,29125 \cdot 18,33 + 2,59 \cdot 20,72 = 0,1375625 \quad (10)$$

$$\sum xy = \sum xy - \sum (k_i \cdot x_i) \frac{\sum y_i}{N} = \sum x_i \cdot y_i - \sum (k_i \cdot x_i) \frac{\sum y_i}{N} \quad (11)$$

Po wstawieniu do wzoru (11) danych liczbowych otrzymuje się:

$$\sum x \cdot y = 1,0 + 4 \cdot 3,69 + 8 \cdot 8,54 + 12 \cdot 13,42 + 14 \cdot 15,85 + 16 \cdot 18,33 + 18 \cdot 20,72 - \frac{8(1 + 4 + 8 + 12 + 14 + 16 = 18)}{56} \cdot 80,55 = 292,2385$$

$$\sum y \lg x = \sum (\lg x_i \cdot \sum y_i) - \sum (k_i \cdot \lg x_i) \cdot \frac{\sum y_i}{N} \quad (12)$$

Po wstawieniu wartości liczbowych do wzoru (12) otrzymuje się:

$$\begin{aligned} \sum y \cdot \lg x &= 0,60205 \cdot 3,69 + 0,90308 \cdot 8,54 + 1,07918 \cdot 13,42 + 1,4612 \cdot 15,85 + 1,20411 \cdot 18,33 + \\ &+ 1,25527 \cdot 20,72 - \frac{8(0,60205 + 0,90308 + 1,07918 + 1,4612 + 1,20411 + 1,25527)}{56} \cdot 80,55 \\ &= 19,4359 \end{aligned}$$

Dla prostej $y = x$:

$$\sum c^2 = \frac{(\sum x \cdot y)^2}{\sum x^2} \quad (13)$$

Po wstawieniu wartości liczbowych, wyliczonych na podstawie zależności (3) oraz (11) do wzoru (13) otrzymuje się:

$$\sum c^2 = \frac{(292,2385)^2}{1917,714} = 44,5339$$

Dla prostej $y = \lg x$:

$$\sum c^2 = \frac{(\sum y \lg x)^2}{\sum (\lg x)^2} \quad (14)$$

Po wstawieniu wartości liczbowych, wyliczonych poprzez podstawienie zależności (6) i (12) do wzoru (14) otrzymuje się:

$$\sum c^2 = \frac{(19,4359)^2}{9,66743} = 39,07493 \quad (15)$$

Współczynniki nachylenia prostych wyznacza się z wzorów:

$$b_{y:x} = \frac{\sum xy}{\sum x^2} = \frac{292,2385}{1917,714} = 0,15238 \quad (16)$$

oraz

$$b_{y:\lg x} = \frac{\sum x \lg x}{\sum (\lg x)^2} = \frac{19,4359}{9,66743} = 2,010451 \quad (17)$$

Wyniki analizy wariancyjnej zebrano w tabeli nr 4.

Zestawienie parametrów analizy wariancyjnej

Tabela nr 4

L.p.	Określenie parametru	Suma kwadratów	Ilość stopni swobody	Średni kwadrat
1.	Prosta $y:x$ $\sum c^2$	44,5339	1	44,5339
2.	Prosta $y:\lg x$ $\sum c^2$	39,07493	1	39,07493
3.	Resztka od prostej $y: \sum y_x^2$	0,0002375	5	0,0000475
4.	Resztka od prostej $y:\lg x$ $\sum \hat{y}_{\lg x}^2$	5,4592075	5	1,0918415
5.	Błąd $\sum \sum y_i^2$	0,1375625	49	0,0002807
6.	Ogółem $\sum y_i^2$	44,6717	55	0,8122127

Resztkę od prostej korelacji $y:x$ wyznacza się ze wzoru:

$$\sum \hat{y}_x^2 = \sum y^2 - \sum \sum y^2 - \sum c^2 \quad (18)$$

Po wstawieniu wartości liczbowych do wzoru (18) otrzymuje się:

$$\sum \hat{y}_x^2 = 44,6717 - 0,1375625 - 44,5939 = 0,0002375$$

Resztka od prostej korelacji $y:\lg x$ wyznacza się ze wzoru:

$$\sum \hat{y}_{\lg x}^2 = \sum \hat{y}^2 - \sum \sum y^2 - \sum c^2 \quad (19)$$

Po wstawieniu wartości liczbowych do wzoru (19) otrzymuje się:

$$\sum \hat{y}_{\lg x^2} = 44,6717 - 0,1375625 - 39,07493 = 5,452075$$

Ponieważ resztka od prostej $y:\lg x$ $\sum \hat{y}_{\lg x^2}$ jest większa od resztki $\sum y_x^2$ jest większa od resztki $\sum \hat{y}_{x^2} y:x$ to korelacja prostoliniowa jest o wiele istotniejsza. Korelacja zmiennych jest zachowana pomimo błędów.

Wyraz wolny prostej korelacji strzałek ugięcia wynosi:

$$a = \bar{y} - b\bar{x} \quad (20)$$

$$a = \frac{\sum y_i}{N} - b \cdot \bar{x} \quad (21)$$

$$a = \frac{80,55}{56} - 0,15238 \cdot 10,428571 = -0,1507128$$

Ostateczne równanie prostej korelacji:

$$Y = 0,15238 - 0,1507128 \quad (22)$$

Współczynnik korelacji określono ze wzoru:

$$r = \frac{\sum xy}{(\sum x^2 \cdot \sum y^2)^{0,5}} \quad (23)$$

Po wstawieniu wartości liczbowych do wzoru (23) otrzymuje się:

$$r = \frac{292,2385}{\sqrt{1917,714 \cdot 44,6717}} = 0,99845678$$

Współczynnik korelacji o wartości 0,99845678 (≈ 1) pozwala na stwierdzenie, że próby potwierdziły duże powiązanie zmiennych.

Granice ufności współczynnika nachylenia prostej najmniejszych kwadratów określono wg wzorów:

$$s^2(\hat{y}_i) = \frac{(1-r^2) \sum y^2}{N-2} \quad (24)$$

gdzie:

$s^2(y_i)$ - wariancja dowolnego oszacowania przeciętnej wartości y_i ,

$N-2$ - ilość stopni swobody, służące do określenia odchylenia standardowego.

Po wstawieniu wartości liczbowych do wzoru (24) otrzymuje się:

$$s^2(\hat{y}_i) = \frac{(1 - 0,99845678^2) \sum 44,6717^2}{54} = 0,002551298$$

$$s^2(b) = \frac{s^2(\hat{y}_i)}{\sum x^2} = \frac{0,002551298}{1917,714} = 0,0000133 \quad (25)$$

$$s(b) = 0,001153423 = 1,1534 \cdot 10^{-3}$$

gdzie:

$s^2(b)$ - wariancja współczynnika nachylenia prostej.

$$s^2(\bar{y}) = \frac{s^2(\hat{y}_i)}{N} = \frac{0,002551298}{56} = 0,000045558$$

$$s(\bar{y}) = 0,006749732$$

Stosując test „t-Studenta” dla 95% przedziału ufności:

$$t(0,05N=54)=2,00$$

95% przedział ufności

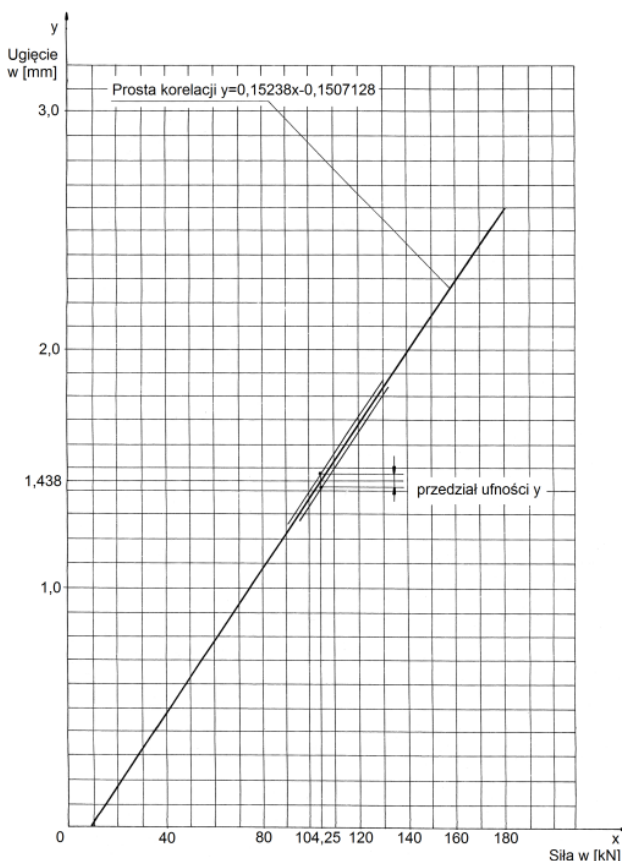
$$\bar{y} = \frac{80,55}{56} = 1,438 \pm 2 \cdot 0,006749732 = 1,4245 \div 1,451499 \text{ mm}$$

95% przedział ufności dla b:

$$0,15238 \pm 2 \cdot 0,15238 \cdot 0,0011534 = 0,15238 \pm 0,0023068.$$

Wykresy odpowiednich prostych przedstawiono na rys.11.

Analogiczną analizę przeprowadzono dla ugięć trwałych. Zbiór otrzymanych danych dla potrzeb dalszej analizy przedstawiono w tabeli nr 5.



Rys.11. Prosta korelacji ugięć trójkąta hamulcowego w zależności od siły obciążającej

Zbiór danych do ustalenia korelacji i regresji (odkształcenie trwałe)

Tabela nr 5

x kN]	1	4	8	12	14	16	18
lgx	0	0,60205	0,90308	1,07918	1,14612	1,20411	1,25527
1	0	0	0	0,02	0,04	0,09	0,15
2	0	0	0	0,05	0,09	0,14	0,23
3	0	0	0	0,04	0,08	0,09	0,10
4	0	0	0	0,04	0,07	0,10	0,15
5	0	0	0	0,06	0,11	0,14	0,21
6	0	0	0	0,05	0,09	0,15	0,21
7	0	0	0	0,06	0,10	0,16	0,23
8	0	0	0	0,05	0,08	0,13	0,20
Σy_i	0	0	0	0,37	0,66	1,00	1,48
k_i	8	8	8	8	8	8	8
\bar{y}_i	0	0	0	0,04625	0,0825	0,125	0,185

$$\sum x^2 = 8 \cdot (1^2 + 4^2 + 8^2 + 12^2 + 16^2 + 18^2) - \frac{8^2(1+4+8+12+14+16+18)^2}{56} = 1917,714$$

$$\sum (\lg x)^2 = 8 \cdot (0,60205^2 + 0,90308^2 + 1,07918^2 + 1,14612^2 + 1,20411^2 + 1,25527^2) - \frac{8^2(0,60205^2 + 0,90308^2 + 1,07918^2 + 1,14612^2 + 1,20411^2 + 1,25527^2)}{56}$$

$$\sum (\lg x)^2 = 8 \cdot (0,60205^2 + 0,90308^2 + 1,07918 + 1,14612 + 1,20411 + 1,25527) - \frac{8^2(0,60205 + 0,90308 + 1,07918 + 1,14612 + 1,20411 + 1,25527)^2}{56} = 9,66743$$

$$\sum y^2 = (0,02^2 + 0,04^2 + \dots + 0,2^2) - \frac{3,51^2}{56} = 0,27529$$

$$\sum \sum y^2 = 0,4953 - (0,37 \cdot 0,04625 + 0,66 \cdot 0,0825 + 1,0 \cdot 0,125 + 1,48 \cdot 0,185) = 0,0249375$$

$$\sum xy = \left(12 \cdot 0,37 + 14 \cdot 0,66 + 16 \cdot 1 + 18 \cdot 1,48 - \frac{8 \cdot (1 + 4 + 8 + 12 + 14 + 16 + 18)}{56} \cdot 3,51 \right) = 19,1571429$$

$$\sum (\lg x)^2 = 1,07918 \cdot 0,37 + 1,14612 \cdot 0,66 + 1,20411 \cdot 1,00 + 1,25527 \cdot 1,48 - \frac{8(0,60205 + 0,90308 + 1,07918 + 1,20411 + 1,20411 + 1,25527)}{56} = 9,66743$$

$$\sum y^2 = (0,02^2 + 0,04^2 + \dots + 0,2^2) - \frac{3,51^2}{56} = 0,275298214$$

$$\sum \sum y^2 = 0,4953 - (0,37 \cdot 0,04625 + 0,66 \cdot 0,0825 + 1,0 \cdot 0,125 + 1,48 \cdot 0,185) = 0,0249375$$

$$\sum xy = \left(12 \cdot 0,37 + 14 \cdot 0,66 + 16 \cdot 1,00 + 18 \cdot 1,48 - \frac{8(1 + 4 + 8 + 12 + 14 + 16 + 18)}{56} \cdot 3,51 \right) = 19,1571429$$

$$\sum y \lg x = 1,07918 \cdot 0,37 + 1,14612 \cdot 0,66 + 1,20411 \cdot 1,0 + 1,25527 \cdot 1,48 - \frac{8 \cdot (0,60205 + 0,90308 + 0,97918 + 1,14612 + 1,225527 \cdot 1,48)}{56} \cdot 3,51 = 1,113897814$$

$$\sum c^2 \text{ (dla prostej } y : x) = \frac{(\sum y \cdot \lg x)^2}{\sum (\lg x)^2} = \frac{(1,113897814)^2}{9,66743} = 0,1283452$$

Współczynniki nachylenia prostych wynoszą odpowiednio:

$$b_{y:x} = \frac{\sum x \cdot y}{\sum x^2} = \frac{19,71571429}{1917,714} = 0,010280841$$

$$b_{y:\log x} = \frac{\sum y \lg x}{\sum (\lg x)^2} = \frac{1,113897814}{9,66743} = 0,115221709$$

$$\text{Resztko od prostej korelacji } y:x: \sum \hat{y}^2 = 0,275298214 - 0,0249375 - 0,20269414$$

Resztko od prostej korelacji y:logx:

$$\sum \hat{y}_{\log x^2}^2 = 0,275298214 - 0,0249375 - 0,12834521 = 0,122015504$$

Wyniki analizy wariancyjnej zebrano w tabeli nr 6.

Zestawienie wyników analizy wariancyjnej

Tabela 6

L.p.	Określenie parametru	Suma kwadratów	Ilość stopni swobody	Średni kwadrat
1.	Prosta y:x $\sum c^2$	0,20269414	1	0,20269414
2.	Prosta y:logx $\sum c^2$	0,12834521	1	0,12834521
3.	Resztko od prostej y:x $\sum \hat{y}_x^2$	0,047666574	5	0,009533314
4.	Resztko od prostej y:logx $\sum \hat{y}_{\log x^2}^2$	0,122015504	5	0,0244031
5.	Błąd $\sum \sum y^2$	0,0249375	49	0,0002807
6.	Ogółem $\sum y^2$	0,275298214	55	

Z porównania „resztek” $\sum \hat{y}^2$ od prostych $y:x$ oraz $y: \log x$ z błędem $\sum \sum \hat{y}^2$ wynika, że najistotniejsza jest korelacja prostoliniowa, która wybrano do dalszej analizy:

Wyraz wolny od prostej korelacji ugięć trwałych wynosi:

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x}$$

Po podstawieniu danych liczbowych otrzymuje się:

$$a = \frac{\sum y_i}{56} - b \cdot \frac{73}{7} = \frac{3,51}{56} - 0,010280841 \cdot 10,428571 = -0,044535913$$

Ostateczna postać prostej korelacji przedstawia się następująco:

$$y = 0,0100280841 \cdot x - 0,044535913$$

Współczynnik korelacji określono ze wzoru (23):

$$r = \frac{19,71571429}{\sqrt{1917,714 \cdot 0,275298214}} = 0,8580$$

Korzystając z tablicy 8.2 [2] można wyciągnąć wniosek, że korelacja istnieje (dla $N=50$ $r=0,4423$), a więc otrzymany współczynnik „r” jest większy na poziomie prawdopodobieństwa 0,001).

Następnie ustalono granice ufności współczynnika nachylenia prostej regresji i prostej najmniejszych kwadratów:

$$s^2(\hat{y}_i) = \frac{(1 - 0,8580^2) \cdot 0,275298214}{54} = 0,001345056$$

$$s^2(b) = \frac{0,001345056}{1917,45} = 7,014870211 \cdot 10^{-7}$$

$$s(b) = 0,000837548 = 8,37548 \cdot 10^{-4}$$

$$s^2(y) = \frac{s^2(y_i)}{N} = \frac{0,001345056}{56} = 0,000014956$$

Stosując test „t-Studenta” określane t_α na $t_{0,005,N=54}=2,00$ (tablica 6.1 źródła [2]).

W związku z powyższym:

95% przedziału ufności:

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{N} \pm 2,00 \cdot 0,003867327$$

$$\bar{y} = 0,062678571 \pm 0,007734654$$

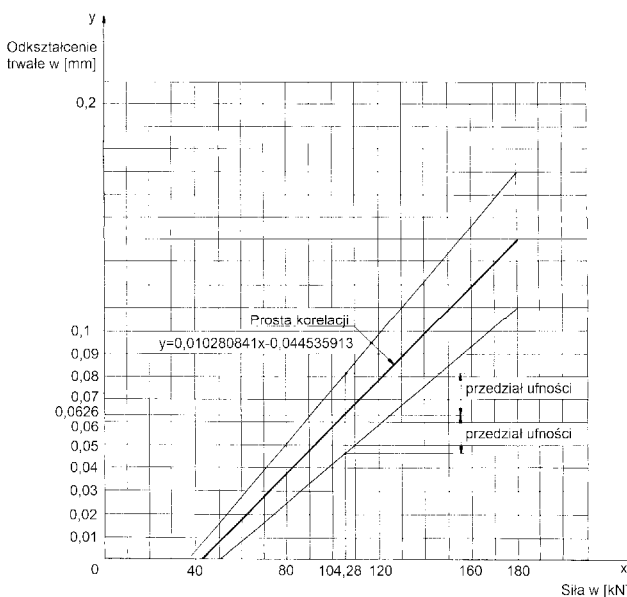
95% przedział ufności: $b = 0,010280841 \pm 0,007734654$

$$b = 0,010280841 \pm 8,37548 \cdot 10^{-4}$$

$$b = 0,010280841 \pm 0,001675096$$

$$b = 0,008505745 \pm 0,0011955937$$

Wykres prostej korelacji jest przedstawiony na rys.12.



Rys. 12. Prosta korelacji ugięć trwałych trójkąta hamulcowego w zależności od siły

4. STRZAŁKI UGIĘCIA WYZNACZANE METODĄ STATYSTYCZNĄ

Jak wynika z przeprowadzonej analizy statystycznej, istnieje korelacja prostoliniowa pomiędzy strzałką ugięcia i obciążenia. Bardzo wysoki współczynnik korelacji $r=0,9984$ potwierdza duże powiązanie zmiennych. Korelacja ta jest na pewno lepsza od korelacji logarytmicznej.

Strzałki ugięcia trójkątów hamulcowych można wyznaczyć metodą statystyczną. Wartość odchylenia standardowego spodziewanej wartości strzałek ugięcia dla trójkątów hamulcowych obciążonych odpowiednio siłą $P_1=120$ kN oraz siłą $P_2=180$ kN wynosi odpowiednio:

$$s^2(\hat{y}_i) = s^2(\hat{y}) \left[1 + \frac{1}{N} + \frac{(\bar{x} - x_i)^2}{\sum x_i^2} \right] \quad (26)$$

Po wstawieniu danych liczbowych otrzymuje się:

$$s^2(\hat{y}_i) = 0,002551298 \left[1 + \frac{1}{56} + \frac{(12 - 10,4285)^2}{1917,714} \right]$$

$$s(\hat{y}_i) = 0,050991396$$

Ponieważ dla siły $P_1=120$ kN, $\hat{y}_i = 1,6778472$ mm to spodziewana wartość strzałki ugięcia przy 99% przedziale ufności wynosi:

$$1,677847 \pm 2,66 \cdot 0,050991396 = 1,677847 \pm 0,135637$$

czyli: $1,5422102 \pm 1,813484$, a po zaokrągleniu do dokładności pomiarowej $1,54 \pm 1,81$ mm.

Ponieważ dla $P_2=180$ kN, $\hat{y}_i = 2,5921272$ mm, to spodziewana wartość strzałki ugięcia przy 99% przedziale ufności wynosi:

$$s^2(\hat{y}_i) = 0,002551298 \left[1 + \frac{1}{56} + \frac{(18-10,4285)}{1917,714} \right]$$

$$s(\hat{y}_i) = 0,051702177$$

a zatem:

2,5921272±2,66·0,051702177=2,5921272±0,1375277
9 mm, a po zaokrągleniu do dokładności pomiarowej:
2,59±0,13 mm.

Wartości spodziewanych strzałek ugięcia trójkątów hamulcowych oszacowano na podstawie rozkładu „t-Studenta”. Rozkład ten **nie** jest rozkładem normalnym, chociaż w pewnych warunkach zbliża się do rozkładu normalnego. Jest to odrębna funkcja matematyczna, zależna od liczby pomiarów wykorzystanych do obliczenia odchylenia standardowego „s”. Jeśli n jest liczbą elementów w próbkach, wahającą się od 2 do ∞, to t ma różny rozkład dla każdej wartości n, zbliżony do rozkładu normalnego gdy n dąży do nieskończoności.

Spodziewana strzałka ugięcia dla siły P₂=180 kN zawiera się w granicach 2,4545÷2,72965 mm, a po zaokrągleniu do dokładności pomiarowej 2,45÷2,72 mm.

Wartość t obowiązuje dla N=56-2=54 stopni swobody przy prawdopodobieństwie 0,01 (tablica 6.1) [2].

Odpowiednie wyniki zebrano w tabeli 7 dla prawdopodobieństwa 90%, 95%, 98% oraz 99,9% dla N=56 stopni swobody (dla obciążeń trójkąta hamulcowego P₁=120 kN i P₂=120 kN). Wyrażenie $ts(\bar{x})$ można uznać za ocenianie dokładności pomiaru \bar{x} . Jeśli np. 90%, 95%, 98% podobnych pomiarów \bar{x} wypadnie w przedziale $\bar{x} \pm ts(\bar{x})$, gdzie t jest wzięte na podstawie istotności odpowiednio 0,1, 0,05 oraz 0,02. Jeśli oznaczy się granice dokładności, zwane zazwyczaj dokładnością symbolem „l” to wówczas otrzymuje się zależność:

$$l_{0,95;\bar{x}} = \pm t_{0,05;N-2} \cdot s(\bar{x}) \quad (27)$$

5. WNIOSKI

Przedstawiona powyżej metoda badań prostej regresji i korelacji pomiędzy odpowiednio obciążeniami i ugięciami może służyć do oceny powtarzalno-

ści stosowanej technologii przez producenta. Jeśli spodziewana strzałka ugięcia dla obciążeń, stosowanych w badaniach tzn. P₁=120kN oraz P₂=180 kN dla trójkątów przeznaczonych dla ruchu „SS” oraz P₁=60 kN oraz P₂=90 kN cechuje się małym stopniem rozproszenia, można wnioskować, że przyjęta technologia wytwarzania jest prawidłowa. Szczególnie jest to istotne w przypadku ultralekkich konstrukcji trójkątów hamulcowych, które mają strzałki ugięcia bardzo zbliżone do wyznaczonych kryteriów. Warto zaznaczyć, że kryterium dopuszczalnej strzałki ugięcia jest bardzo ważne z uwagi na ograniczenie skoku cylindra hamulcowego oraz zdolności regulacyjnych nastawiaczy skoku klocków hamulcowych. Aby skok cylindra w klasycznych układach dźwigniowych był wystarczający należy uwzględnić wiele czynników jak zużycie wstawek klocków hamulcowych, zużycie sworzni i tulejek w układach dźwigniowych, zużycie powierzchni tocznej koła, sprężyste ugięcie elementów układu dźwigniowego.

LITERATURA

1. Sobaś M.: Trójkąty hamulcowe nowej generacji dla wagonów towarowych. Pojazdy Szynowe nr 3/2010.
2. Volk W.: Statystyka stosowana dla inżynierów. WN-T Warszawa. 1965.
3. Karta UIC 543: Hamulec. Przepisy dotyczące wyposażenia wagonów. 13-te wydanie ze stycznia i kwietnia 2007.
4. Karta UIC 832: Warunki techniczne dostawy wstawek klocków hamulcowych z żeliwa fosforowego dla pojazdów trakcyjnych i wagonów.
5. Karta UIC 833: Warunki techniczne na dostawę trójkątów hamulcowych. 3-cie wydanie z lutego 2004.
6. PN-91/K-88176: Wagony towarowe. Trójkąty hamulcowe.
7. Zagadnienie UIC 6-110. Zwalczanie hałasu. Zabudowa wstawek z tworzyw kompozytowych. Wytyczne zastosowania V-BKS (LL))-9 te wydanie.
8. Zastosowanie wstawek klocków hamulcowych z tworzyw sztucznych (V-BKS). Katalog Uszkodzeń. 2-gie wydanie z 14.10.2009.
9. Przepisy TSI: Decyzja komisji dotycząca specyfikacji interoperacyjności odnoszącej się do podsystemu „tabor kolejowy – wagony towarowe” transeuropejskiego systemu kolei konwencjonalnych z dnia 26 lipca 2006 r. Dziennik Urzędowy Unii Europejskiej

Zestawienie spodziewanych strzałek ugięcia na podstawie rozkładu „t-Studenta”

Tabela 7

Obciążenie i ugięcie		Poziom prawdopodobieństwa				
		0,90	0,95	0,98	0,99	0,999
t _α		α=0,1	α=0,05	α=0,02	α=0,01	α=0,001
		1,671	2,000	2,390	2,660	3,450
P ₁ =120 kN	Ugięcie [mm]	1,67±0,08 ¹⁾	1,67±0,10	1,67±0,12	1,67±0,13	1,67±0,17
P ₁ =180 kN	Ugięcie [mm]	2,59±0,08 ¹⁾	2,59±0,10	2,59±0,12	2,59±0,13	2,59±0,17

¹⁾ wartości odchylenia strzałki ugięcia są równe dla siły obciążającej P₁=120 kN oraz P₂=180 kN, ale dopiero po zaokrągleniu do drugiego miejsca po przecinku